

## Chapter 1

1. 某質點做直線運動之位置為  $s = 3t^3 - 3t^2 - 8t - 3$ ，單位為 m， $t$  的單位為 sec。試求當  $v=0$  時，時間  $t$  與加速度  $a$  之值。

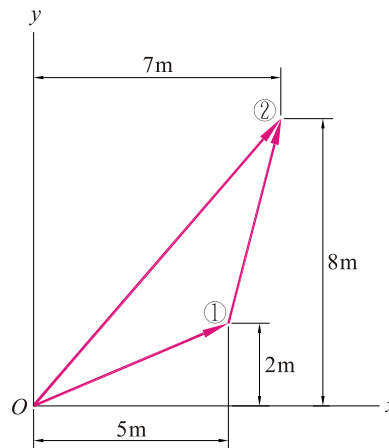
解  $s = 3t^3 - 3t^2 - 8t - 3$

$$v = \frac{ds}{dt} = 9t^2 - 6t - 8 = 0$$

$$\therefore t = 1.33 \text{ sec}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 18t - 6 \text{ 代入 } t = 1.33, \text{ 得 } a = 17.94 \text{ m/s}^2$$

2. 某質點之運動路徑如圖所示，當  $t=0$  時由原點  $O$  開始運動， $t=2$  秒時達 點， $t=4$  秒時到達 時，試求質點由 點到 點之平均速度。



習題圖 1-2

解 由 點到 點之位移  $\Delta r = r_2 - r_1$

其中  $r_1$  為 點之位置向量，且

$$r_1 = 5i + 2j \text{ m}$$

$r_2$  為 之位置向量，且

$$r_2 = 7i + 8j \text{ m}$$

$$\text{故 } \Delta r = (7i + 8j) - (5i + 2j) = 2i + 6j \text{ m}$$

$$\text{平均速度 } v_{av} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{2i + 6j}{4 - 2} = i + 3j \text{ m/s}$$

3. 某子彈以 300 m/s 之初速度向上發射，試求：(a)子彈之最大高度；(b)子彈落地之時間。

解

$$s_0 = 0$$

$$v_0 = +300 \text{ m/s}$$

$$g = -9.81 \text{ m/s}$$

$$v = v_0 + gt$$

$$0 = 300 - 9.81t \quad \therefore t = 30.6 \text{ sec}$$

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

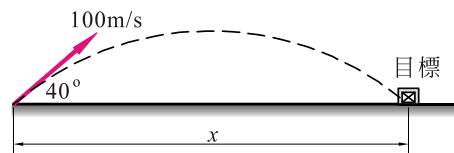
$$s - 0 = 300 \times 30.6 - \frac{1}{2} \times 9.81 \times 30.6^2$$

$$\therefore s = 4587 \text{ m}$$

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 - 0 = 300t - \frac{1}{2} \times 9.81^2 \quad \therefore t = 61.1 \text{ sec}$$

4. 某炮彈以 100 m/s 之初速，且與水平線成  $40^\circ$  發射出去，準確擊中目標，試求目標位於何處？



習題圖 1-4

解

$$\text{炮彈水平初速 } (v_0)_x = 100 \cos 40^\circ = 76.6 \text{ m/s}$$

$$\text{炮彈垂直初速 } (v_0)_y = 100 \sin 40^\circ = 64.3 \text{ m/s}$$

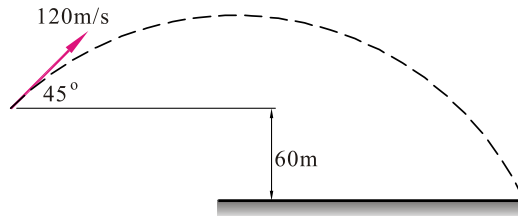
$$\text{炮彈落地之時間為： } s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$0 - 0 = 64.3t - \frac{1}{2} \times 9.81 t^2$$

$$\therefore t = 13.1 \text{ sec}$$

$$\text{落地距投射處 } 76.6 \times 13.1 = 1003.5 \text{ m}$$

5. 一拋射體以初速 120 m/s 與水平夾角  $45^\circ$  發射，落地點位於拋射點垂直下方 60 m 處，試求：(a)落地時間；(b)飛行之水平距離；(c)最大高度；(d)落地瞬間之速度大小。忽略空氣阻力。



習題圖 1-5

解 水平初速  $(v_0)_x = 120 \cos 45^\circ = 84.9 \text{ m/s}$

垂直初速  $(v_0)_y = 120 \sin 45^\circ = 84.9 \text{ m/s}$

$$(a) \quad s_0 = 0 \quad s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$s = -60 \text{ m}$$

$$g = -9.81 \text{ m/s}^2 \quad -60 = 84.9 t - \frac{1}{2} \times 9.81 t^2$$

$$\therefore t = 18 \text{ sec}$$

(b) 水平距離  $84.9 \times 18 = 1526 \text{ m}$

(c)  $v = v_0 + gt$

$$0 = 84.9 - 9.81 t \quad \therefore t = 8.7 \text{ sec}$$

$$s - 60 = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = 84.9 \times 8.7 - \frac{1}{2} \times 9.81 \times (8.7)^2 = 367 \text{ m}$$

$$\therefore s = 367 + 60 = 427 \text{ m}$$

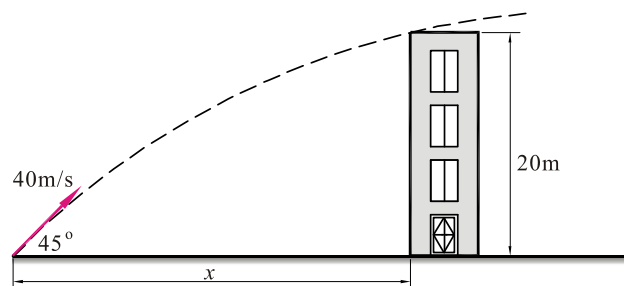
(d) 水平速度  $84.9 \text{ m/s}$

$$\text{垂直速度 } v = v_0 + gt = 84.9 - 9.81 \times 18 = -91.7 \text{ m/s}$$

負號表示向下

$$\therefore v = \sqrt{(84.9)^2 + (91.7)^2} = 125 \text{ m/s}$$

6. 一球之初速  $40 \text{ m/s}$ ，且與水平夾角  $45^\circ$  拋射，前方有一高  $20 \text{ m}$  之建築物，若欲使球能通過建築物上方，試問拋射處與建築物之間的最小距離。



習題圖 1-6

解 設最小距離為  $x$

$$\text{水平初速} = 40\cos 45^\circ = 28.28 \text{ m/s}$$

$$\text{垂直初速} = 40\sin 45^\circ = 28.28 \text{ m/s}$$

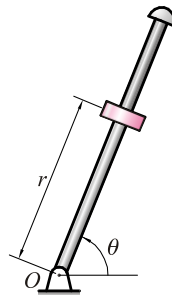
$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$20 - 0 = 28.8 t - \frac{1}{2} \times 9.81 t^2$$

$$\therefore t = 0.8255 \text{ sec}$$

$$x = 28.28 \times 0.8255 = 23.35 \text{ m}$$

7. 桿繞  $O$  點以逆時針方向旋轉，桿上有一滑塊同時向外滑動，若  $r = t^2 + 6t$ ， $\theta = t^2 \cdot r$  單位為  $\text{m}$ ， $\theta$  單位為  $\text{rad}$ ， $t$  單位為  $\text{sec}$ 。試求當  $t = 4 \text{ sec}$  時，質點的速度  $v$  與加速度  $a$ 。



習題圖 1-7

解  $r = t^2 + 6t$   $r_4 = (4)^2 + 6 \times 4 = 40 \text{ m}$

$$\dot{r} = 2t + 6 \quad \dot{r}_4 = 2(4) + 6 = 14 \text{ m/s}$$

$$\ddot{r} = 2 \quad \ddot{r}_4 = 2 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = t^2 \quad \theta_4 = (4)^2 = 16 \text{ rad} = 196.7^\circ$$

$$\dot{\theta} = 2t \quad \dot{\theta}_4 = 4 \times 2 = 8 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 2 \quad \ddot{\theta}_4 = 2 \text{ rad/s}^2$$

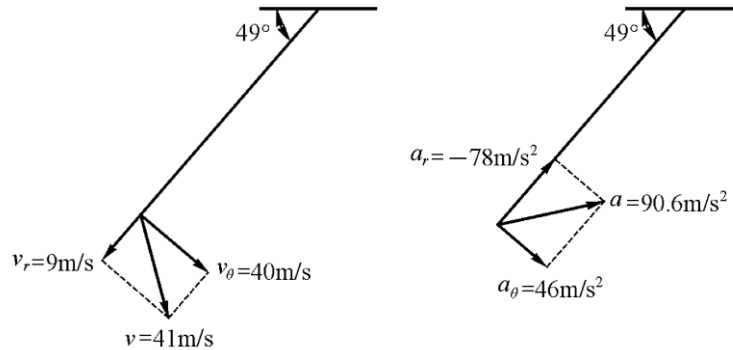
$$v_r = \dot{r} = 14 \text{ m/s} \quad v_\theta = r\dot{\theta} = 40 \times 8 = 320 \text{ m/s}$$

$$\therefore v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{14^2 + 320^2} = 320.31$$

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 2 - 40 \times 8^2 = -2558$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 40 \times 2 + 2 \times 14 \times 8 = 304 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = 2576 \text{ m/s}^2$$



8. 參考習題 7.之圖形，若桿子旋轉角度  $\theta = 0.2t^2$ ，滑塊位置  $r = 4 - 0.5t^2$ ，其中  $\theta$  為  $\text{rad}$ ， $r$  為  $\text{m}$ ， $t$  為  $\text{sec}$ ，啟動後，當  $45^\circ$  時，試求滑塊之速度及加速度。

解

$$r = 4 - 0.5t^2 \quad r = 4 - 0.5 \times 1.982^2 = 2.036 \text{ m}$$

$$\dot{r} = -t \quad \dot{r} = -1.982 \text{ m/s}$$

$$\ddot{r} = -1 \quad \ddot{r} = -1 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = 0.2t^2 \rightarrow \text{當 } \theta = 45^\circ = 0.7854 \quad 0.7854 = 0.2t^2 \quad \therefore t = 1.982 \text{ sec}$$

$$\dot{\theta} = 0.4t \quad \dot{\theta} = 0.4 \times 1.982 = 0.7928 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0.4 \quad \ddot{\theta} = 0.4$$

$$v_r = \dot{r} = -1.982 \text{ m/s}$$

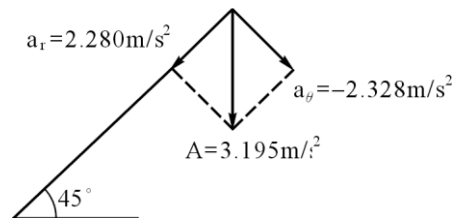
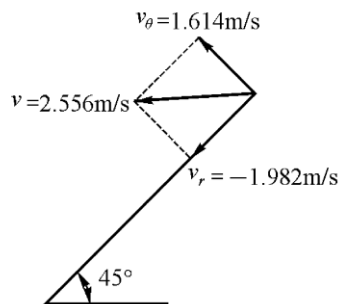
$$v_\theta = r\dot{\theta} = 2.036 \times 0.7928 = 1.614 \text{ m/s}$$

$$\therefore v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} = \sqrt{(-1.982)^2 + 1.614^2} = 2.556 \text{ m/s}$$

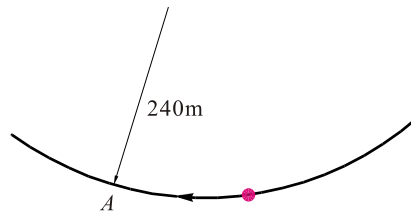
$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -1 - 2.036(0.7928)^2 = 2.280 \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2.036 \times 0.4 + 2 \times (-1.982)(0.7928) = -2.328 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = \sqrt{(2.280)^2 + (-2.328)^2} = 3.195 \text{ m/s}^2$$

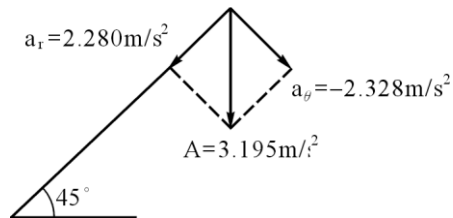


9. 某物體以等加速率  $2 \text{ m/s}^2$  加速行進於圖示之曲線軌道上，若  $A$  點之曲率半徑為  $240 \text{ m}$ ，且物體於  $A$  處之速率為  $30 \text{ m/s}$ ，試求在  $A$  處之總加速度之大小。

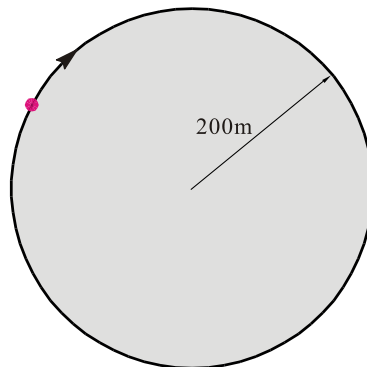


習題圖 1-9

解



10. 某物體做圓周運動，半徑為  $200 \text{ m}$ ，且物體以  $1.2 \text{ m/s}^2$  之等加速率加速，當物體總加速率達  $2 \text{ m/s}^2$  時，試求此時物體的速率為何？



習題圖 1-10

解

$$a_t = 1.2 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

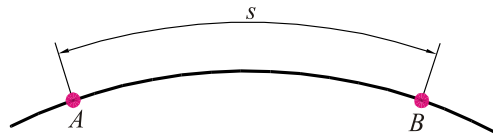
$$2 = \sqrt{a_n^2 + (1.2)^2}$$

$$\therefore a_n = 1.6 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} \quad \therefore 1.6 = \frac{v^2}{200}$$

$$\therefore v = 17.9 \text{ m/s}^2$$

11. 一質點沿曲線路徑運動，在  $A$  點之速率為  $10 \text{ m/s}$ ，經  $3$  秒後達  $B$  點， $B$  點之速率為  $4 \text{ m/s}$ ，若質點以等減速率運動，且  $B$  點之總加速率為  $6 \text{ m/s}^2$ ，試求：(a)  $B$  點之曲率半徑；(b)  $A$  與  $B$  間之路徑長度  $s$ 。



習題圖 1-11

解 (a)  $a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-10}{3} = -2 \text{ m/s}^2$       (b)  $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times (-2)(3)^2 = 21 \text{ m}$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

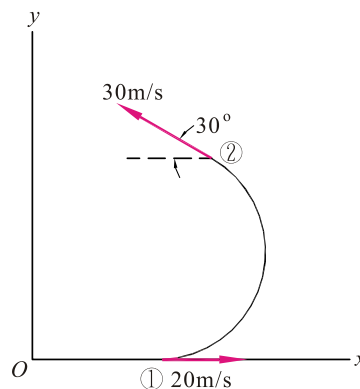
$$6 = \sqrt{a_n^2 + (-2)^2}$$

$$\therefore a_n = 5.66 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

$$5.66 = \frac{(-2)^2}{\rho} \quad \therefore \rho = 0.707 \text{ m}$$

12. 某質點之運動路徑如圖所示。質點在原點  $O$  由靜止出發， $2$  秒後到達 ① 點，速率為  $20 \text{ m/s}$ ，再經  $6$  秒達 ② 點，速率為  $30 \text{ m/s}$ ，方向如圖，試求質點：(a) 由原點到 ① 點之平均加速度；(b) 由 ① 點到 ② 點之平均加速度。



習題圖 1-12

解 (a) 原點  $O$  到 ① 點之平均加速度  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20i - 0}{2} = 10i \text{ m/s}^2$

(b) 點到 點之平均加速度

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-30 \cos 30^\circ i + 30 \sin 30^\circ j) - 20i}{6} = -7.7i + 2.5j \text{ m/s}^2$$

13. 某曲柄軸之轉速為 600 rpm，試求角速率  $\omega$ 。

解  $\omega = \frac{600 \times 2\pi}{60} = 62.83 \text{ rad/s}$

14. 一輪子由靜止啟動，6 秒後轉速為 30 rpm，試求平均加速率  $\alpha$ 。

解  $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{30 \times 2\pi / 60}{6} = 0.524 \text{ rad/s}^2$

15. 某輪軸之半徑 1 m，由 600 rpm 逆時針旋轉之轉速等減速至靜止，共費時 4 秒，試求此過程輪軸共轉了幾圈。

解 初轉速  $\omega_0 = \frac{600 \times 2\pi / 60}{60} = 62.83 \text{ rad/s}$

末轉速  $\omega = 0$

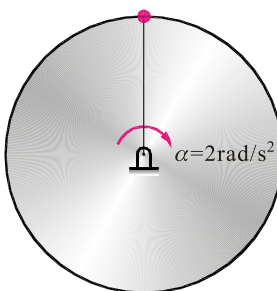
$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$0 = 62.83 + \alpha(4)$$

$\therefore \alpha = -15.71 \text{ rad/s}^2$  負號表示為順時針方向

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = 62.83(4) + \frac{1}{2}(-15.71)(4)^2 = 125.64 \text{ rad} = 20 \text{ 圈}$$

16. 直徑 1.8 m 之垂直轉輪，由靜止啟動，以順時針方向之角加速度  $2 \text{ rad/s}^2$  加速 4 秒，試求：(a)  $t=0$  秒；(b)  $t=4$  秒；(c)  $t=6$  秒時，轉輪頂端之切線與法線加速度。



習題圖 1-16

解 (a)  $t=0$   $\omega_0 = 0$

$$a_n = r\omega_0^2 = 0$$

$$a_t = r\alpha = 0.9 \times 2 = 1.8 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

(b)  $t=4$



$$\omega_4 = \omega_3 + \alpha t = 0 + 2 \times 4 = 8 \text{ rad/s}$$

$$a_n = r\omega_4^2 = 0.9 \times 8^2 = 57.6 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = r\alpha = 0.9 \times 2 = 1.8 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

(c)  $t=6 \quad \alpha=0$

$$\omega_6 = \omega_4 = 8 \text{ rad/s}$$

$$a_n = r\omega_6^2 = 0.9 \times 8^2 = 57.6 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

$$a_t = r\alpha = 0$$

## Chapter 2

1.  $A$ 、 $B$  兩車於直線之鄉道相向行駛，其中  $A$  車向北以 40 km/hr 之速度行駛， $B$  車以 55 km/hr 之速度向南行駛，則試求  $A$  車對  $B$  車之相對速度為多少 m/s？

解  $v_A = 40 \times 1000 / 3600 = 11.11 \text{ m/s}$  向北

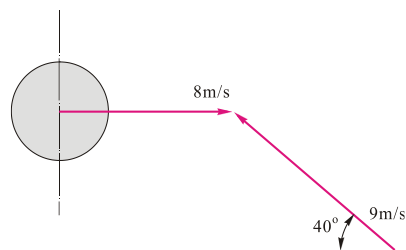
$$v_B = 55 \times 1000 / 3600 = 15.28 \text{ m/s}$$
 向南

$$v_A = v_B + v_{A/B}$$

$$11.11\mathbf{j} = -15.28\mathbf{j} + v_{A/B}$$

$$\therefore v_{A/B} = 26.39\mathbf{j} \text{ m/s}$$

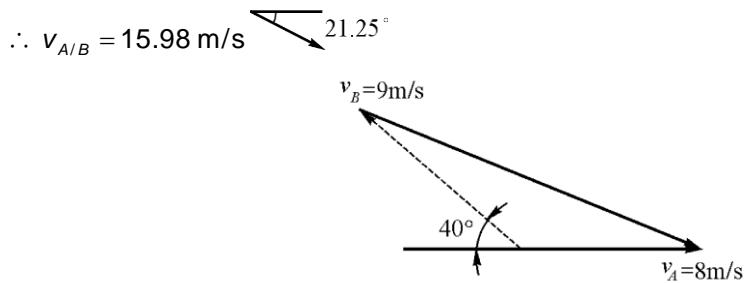
2. NBA 總冠軍決戰第四場麥可喬丹運球以 8 m/s 的速度通過中場，熱火隊莫寧以 9 m/s 的速度斜向阻止其運動，如圖所示，試求公牛喬丹相對於莫寧的速度？



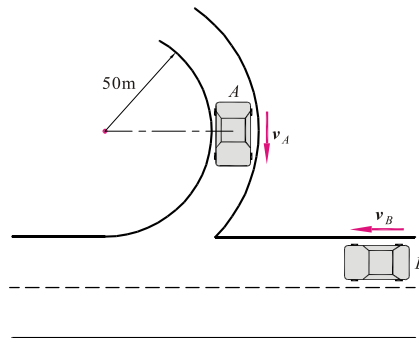
習題圖 2-2

解  $v_A = v_B + v_{A/B}$

$$\therefore v_{A/B} = v_A - v_B = 8\mathbf{i} - (-9\cos 40^\circ\mathbf{i} + 9\sin 40^\circ\mathbf{j}) = 14.89\mathbf{i} - 5.79\mathbf{j}$$



3. 如圖所示瞬間， $A$  車速率  $6 \text{ m/s}$ ，並以  $2 \text{ m/s}^2$  的加速率由引道進入高速公路，此時  $B$  車正以  $25 \text{ m/s}$  的速度前進，見  $A$  車即以  $1.5 \text{ m/s}^2$  減速，試求  $A$  車相對於  $B$  車的速度與加速度？



習題圖 2-3

解

$$v_A = v_B + v_{A/B}$$

$$\therefore -6\mathbf{j} = -25\mathbf{i} + v_{A/B} \text{ 得 } v_{A/B} = 25\mathbf{i} - 6\mathbf{j}$$

$$\therefore v_{A/B} = 24.71 \text{ m/s}$$

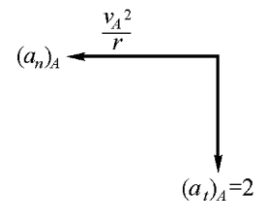
$$a_A = a_B + a_{A/B}$$

$$\text{其中 } a_A = -\frac{6^2}{50}\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$$

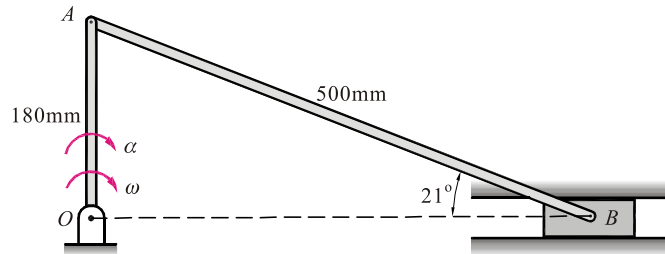
$$a_B = 1.5\mathbf{i}$$

$$\therefore -0.72\mathbf{i} - 2\mathbf{j} = 1.5\mathbf{i} + a_{A/B}$$

$$a_{A/B} = -2.22\mathbf{i} - 2\mathbf{j} \text{ m/s}^2$$



13. 如圖所示， $OA$  桿以  $\alpha = 10 \text{ rad/s}^2$  之角加速度及  $\omega = 5 \text{ rad/s}$  之角速度旋轉。試求滑塊  $B$  之加速度與  $AB$  桿之角加速度？



習題圖 2-13

解 以 OA 桿而言 ·  $v_A = 0.18 \times 5 = 0.9 \rightarrow$   
 AB 桿中 B 滑塊沿導槽前進  $\therefore v_B$  向右

$\therefore$  AB 桿瞬間  $\omega_{AB} = 0$

因此  $a_A = a_B + \alpha_{AB} \mathbf{k} \times r_{A/B}$

其中  $a_A = 0.18 \times 10 \mathbf{i} - 0.18 \times 5^2 \mathbf{j} = 1.8 \mathbf{i} - 4.5 \mathbf{j}$

$a_B = a_B \mathbf{i}$

$r_{A/B} = -0.5 \cos 21^\circ \mathbf{i} + 0.5 \sin 21^\circ \mathbf{j} = -0.467 \mathbf{i} + 0.179 \mathbf{j}$

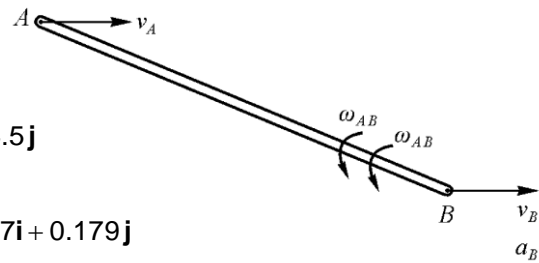
$\therefore 1.8 \mathbf{i} - 4.5 \mathbf{j} = a_B \mathbf{i} + \alpha_{AB} \mathbf{k} \times (-0.467 \mathbf{i} + 0.179 \mathbf{j})$

得  $1.8 = a_B - 0.179 \alpha_{AB}$

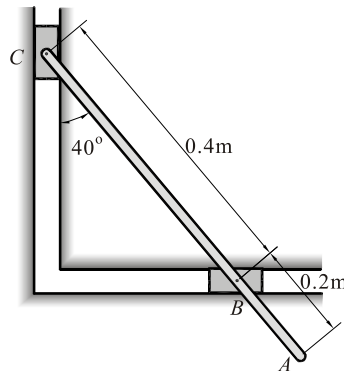
$-4.5 = -0.467 \alpha_{AB}$

$\therefore \alpha_{AB} = 9.64 \text{ rad/s}^2 \curvearrowright$

$a_B = 3.52 \text{ m/s}^2 \rightarrow$



14. 如圖之機構，若 C 滑塊以 3.5 m/s 的速度向下滑動，則桿件上 A 點之速度若干？

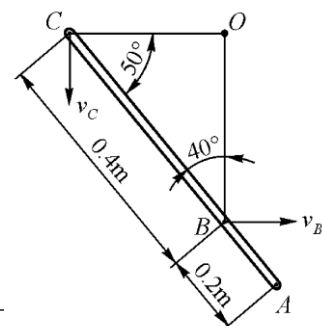


習題圖 2-14

解 由於桿件 AC 中 · C 點與 B 點的運動方向分別為向下與向右，因此以瞬心法求得瞬心 O

$OC = 0.4 \cos 50^\circ = 0.257 \text{ m}$

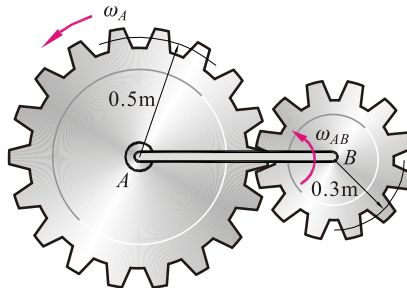
$v_C = 3.5 \text{ m/s}$



$$\therefore \omega_{AC} = \frac{v_c}{OC} = 13.68 \text{ rad/s} \curvearrowright$$

$$\begin{aligned} v_A &= v_C + v_{A/C} \\ &= -3.5\mathbf{j} + 13.68\mathbf{k} \times (0.386\mathbf{i} - 0.46\mathbf{j}) \\ &= -3.5\mathbf{j} + 5.28\mathbf{j} + 6.29\mathbf{i} \\ &= 6.29\mathbf{i} + 1.78\mathbf{j} \\ &= 6.54 \text{ m/s} \angle 15.8^\circ \end{aligned}$$

15. 兩齒輪 A、B，A 點固定，B 齒輪在 A 齒輪上滾動，當齒輪 A 以  $\omega_A = 7 \text{ rad/s}$  之角速度旋轉時，連桿 AB 以  $\omega_{AB} = 5 \text{ rad/s}$  之角速度旋轉，試求齒輪 B 之角速度若干？



習題圖 2-15

解 兩齒輪之接觸點 C，應有一共同之速度

$$v_C = 0.5 \times 7 = 3.5 \uparrow$$

$$v_C = v_A + v_{C/B}$$

$$\text{其中 } v_B = (0.5 + 0.3) \times 5 = 4 \text{ m/s} \uparrow$$

$$\therefore 3.5 \uparrow = 4 \uparrow + 0.3 \times \omega_B$$

$$\omega_B = 1.67 \text{ rad/s}$$

